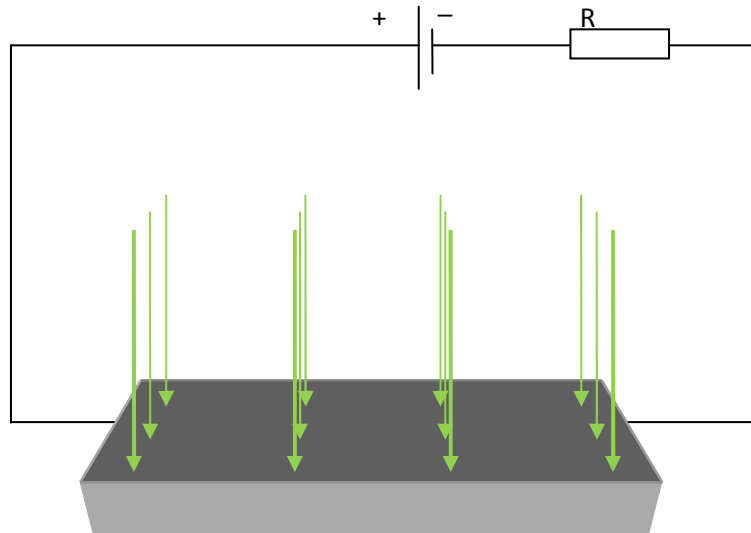


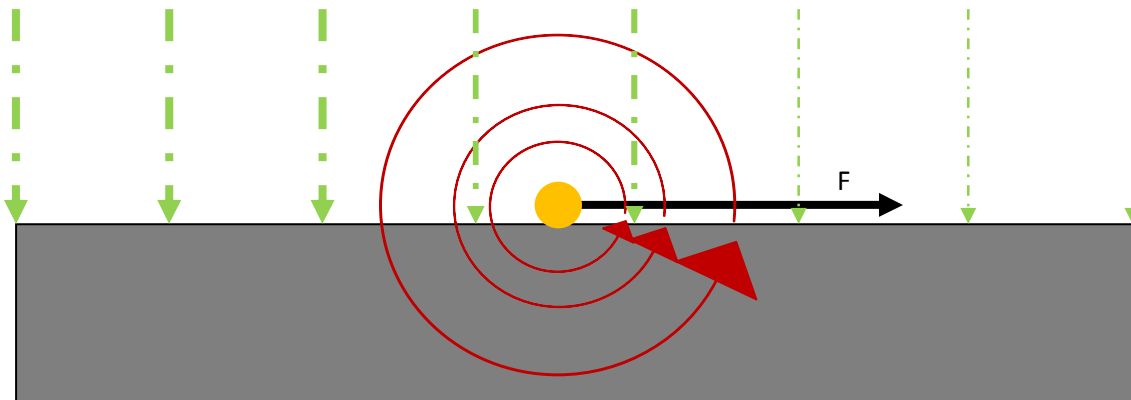
# Die Hall-Spannung

Nachdem wir jetzt die Auswirkung eines Magneten auf frei bewegliche Elektronen in der Braunschen Röhre betrachtet haben, wissen wir, dass die bewegten Ladungen die Lorentzkraft erzeugen. Wir haben also frei bewegliche Elektronen sich auch frei bewegen lassen. Der Physiker Hall jedoch beschränkte die Beweglichkeit der Elektronen, indem er sie durch eine befestigte Leiterplatte fließen ließ. Sein Versuchsaufbau ist unten skizziert:

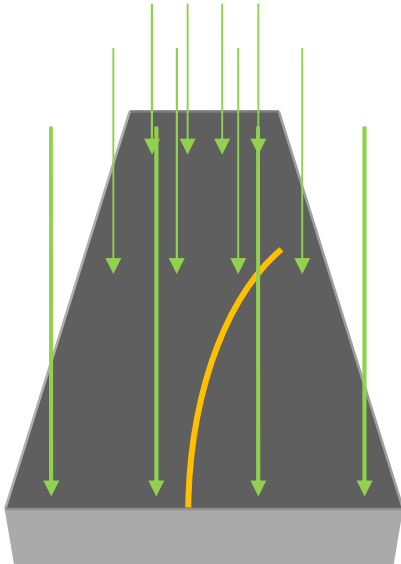


Die grünen Pfeile im oberen Bild symbolisieren das durch die Platte hindurchgehende B-Feld, das Graue ist die Platte.

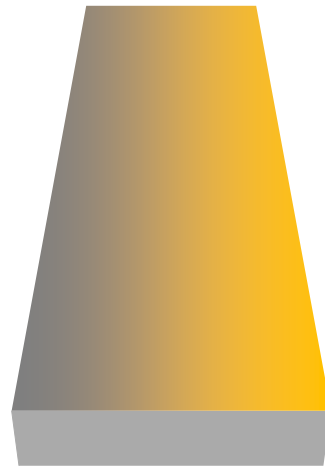
Aus der schlauen Skizze kann der, der schon mal was mit elektronischen Schaltkreisen angefangen hat, entnehmen, dass die Elektronen jetzt von der rechten Seite der Leiterplatte zur linken fließen. Dadurch, dass sie ein B-Feld bilden, werden sie nach oben (bzw. nach hinten, wenn man es perspektivisch sieht) abgelenkt. Näheres dazu findet sich in der Erklärung der Lorentzkraft wieder. In der unteren Seitenansicht stehen wir hinter dem Elektron, es bewegt sich also von uns weg und entwickelt ein B-Feld, das die Feldlinien links von ihm verstärkt. Es resultiert eine Kraft  $F$  nach Rechts:



Dabei ist zu beachten, dass nur die bewegten Elektronen ein B-Feld bilden und die unbewegten dort bleiben, wo sie sind und wo sie waren. Aus dieser Überlegung kann das trainierte Gehirn jetzt folgern, dass sich die Elektronen auf der Leiterplatte ungefähr so verhalten, wie sie es in der Braunschen Röhre tun.



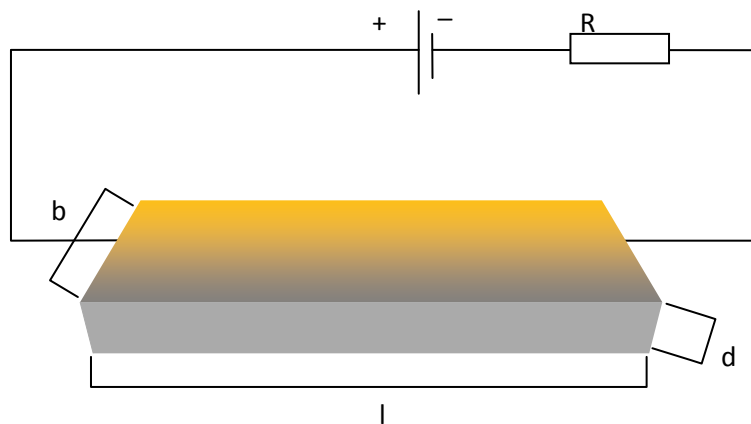
Die Platte von der Anode aus gesehen:  
Die Elektronen driften auf der Platte nach rechts.



Die Elektronenverteilung auf der Platte ist gelb dargestellt.

Diese Drift der Elektronen erzeugt eine Spannung zwischen der Ober- und Unterkante der Leiterplatte. Diese bahnbrechende Entdeckung war so überwältigend und hat ein so nachhaltiges Echo in der Physik produziert, dass man sie kurzerhand Hall-Spannung genannt hat, ganz abgesehen davon, dass der Entdecker Hall hieß.

Damit der mathematische Teil nicht ausbleibt, werde ich jetzt noch schnell mit ein paar Buchstaben und Strichen würfeln, damit wir dann am Ende mit gegebenen Parametern dieses unfassbare Phänomen in Zahlen fassen können. Um mit den Buchstaben nicht durcheinanderzukommen, sind im unteren Bild die Dimensionen noch einmal veranschaulicht:



Die Dimensionen der Leiterplatte sind also von den englischen Bezeichnungen length, depth und breadth abgeleitet. Jetzt zum Formelsalat.

Durch den Ladungsunterschied wird ein elektrisches Feld  $E_{Hall}$  erzeugt und dadurch entsteht eine elektrostatische Kraft  $F_{elektrisch}$ . Diese erhalten wir, indem wir das elektrische Feld der negativen Anzahl der Ladungen  $q$  mit  $E_{Hall}$  multiplizieren:

$$F_{elektrisch} = -q \cdot E_{Hall}$$

Dabei dürfen wir auch die auf die Elektronen wirkende Lorentzkraft  $F_{Lorentz}$  nicht vergessen, die man aus dem Produkt der magnetischen Feldstärke  $B$ , der Driftgeschwindigkeit der Ladungen  $v_{Drift}$  und der Ladung  $q$  selbst errechnen kann:

$$F_{Lorentz} = B \cdot q \cdot v_{Drift}$$

Da diese beiden Kräfte sich in Waage halten, können wir sagen, dass sie sich in einem Punkt gegeneinander aufheben:

$$F_{Lorentz} = -F_{elektrisch}$$

Wir setzen also ein und lösen nach der Hall-Spannung  $U_{Hall}$  auf:

$$\begin{array}{l}
 q \cdot v_{Drift} \cdot B = q \cdot E_{Hall} \quad | \ E_{Hall} = \frac{U_{Hall}}{b} \\
 \hline
 \Leftrightarrow q \cdot v_{Drift} \cdot B = q \cdot \frac{U_{Hall}}{b} \quad | : q; \cdot b \\
 \hline
 \Leftrightarrow 1 \cdot v_{Drift} \cdot B \cdot b = U_{Hall} \\
 \hline
 \Leftrightarrow U_{Hall} = v_{Drift} \cdot B \cdot b
 \end{array}$$

Um die Driftgeschwindigkeit zu ersetzen, formen wir die Gleichung der Stromstärke  $I$  so um, dass wir irgendwo in der Gleichung ein  $v$  stehen haben. Ganz harmlos beginnt man mit der Annahme, dass  $I$  sich aus der Differenz der Ladungen  $\Delta Q$  pro einer Zeitdifferenz  $\Delta t$  zusammensetzt:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Dabei kann man die Differenz der Ladungen auch als die Dichte der Ladungen  $n$  multipliziert mit dem Volumen  $V$  und der Ladung  $q$  ansehen:

$$I = \frac{n \cdot V \cdot q}{\Delta t} \quad | V = b \cdot d \cdot l$$

---


$$\Leftrightarrow I = \frac{n \cdot b \cdot d \cdot l \cdot q}{\Delta t} \quad | \frac{l}{\Delta t} = v_{Drift}$$

---


$$\Leftrightarrow I = n \cdot b \cdot d \cdot v_{Drift} \cdot q$$

---


$$\Leftrightarrow v_{Drift} = \frac{I}{n \cdot d \cdot b \cdot q} \quad | U_{Hall} = v_{Drift} \cdot B \cdot b$$

---


$$\Leftrightarrow U_{Hall} = \frac{I}{n \cdot d \cdot b \cdot q} \cdot B \cdot b \quad | b: b = 1$$

---


$$\Leftrightarrow U_{Hall} = \frac{1}{n \cdot q} \cdot \frac{B \cdot I}{d}$$

Somit können wir die Hallspannung jetzt mit gegebenen Parametern berechnen und freuen uns jetzt mehr oder weniger, vielleicht auch gar nicht, dass wir das jetzt alles in Zahlen fassen können.

Wenn sich eine Leiterplatte in einem homogenen B-Feld mit der Stärke  $B$  befindet und sie von einem Strom der Stärke  $I$  durchflossen wird, entsteht eine sogenannte Hallspannung  $U_{Hall}$ :

$$U_{Hall} = \frac{1}{n \cdot q} \cdot \frac{B \cdot I}{d}$$